No: 04 2025
https://doi.org/10.64400/ea25-4-17
ISSN 2224-5529 2224-0829 2223-5124 2222-940X

NAXÇIVAN DÖVLƏT UNİVERSİTETİNİN ELMİ ƏSƏRLƏR JURNALI

RİYAZİYYAT, MEXANİKA, FİZİKA VƏ ASTRONOMİYA

# XƏTTİ İNİKASLAR VƏ OPERATORLAR İLƏ BAĞLI OLAN BƏZİ KEYS TAPŞIRIQLAR VƏ ONLARIN HƏLLƏRİ

**Rövşən HƏSƏNOV**
Naxçıvan Dövlət Universiteti, Naxçıvan, Azərbaycan
**Yazışılan müəllif: hrovsen.2020@gmail.com*

**NƏŞR TARİXİ:**
*Qəbul edilmə tarixi:* *05.12.2025*
*Nəşr edilmə tarixi:* *22.12.2025*

**AÇAR SÖZLƏR:**
xətti operator, xətti operatorun ranqı və defekti, xətti operatorun matrisi, keçid matrisi, xətti operatorun məxsusi qiyməti

**XÜLASƏ**
Ali pedaqoji məktəblərdə tədris olunan Cəbr kursu üç cəbr (mücərrəd cəbr, (xətti)vektorlar cəbri və çoxhədlilər cəbri) elminin elmentlərinin intqerativ birləşməsi ilə formalaşdırılmışdır. Xətti tənliklər sisteminin həlli məsələləri ilə yaranan vektorlar cəbri, mecərrəd cəbrin elementləri əsasında inkişaf etməklə moditifaksiya olunaraq, müasir Cəbr kursunun çox mühüm qoluna çevrilmiş onun riyaziyyat və digər elm sahələrində tətbiqinə görə birinci yeri tutan hissəsidir. Matris, determinant, vektor fəza, Evklid fəzası və s. kimi riyazi aparat və strukturların daxil edilməsi ilə vektorlar cəbri genişlənmiş və dərinləşmişdir. Ali pedaqoji məktəblərin Cəbr kursunda vektorlar cəbrinin tədrisi xətti inikaslar və operatorlar bölməsi ilə başa çatdırılır. Təqdim olunan materialda xətti inikas və xətti operatorun müəyyən edilməsi, onun ranqının və defektinin tapılması, φ xətti operatorun verilmiş bazisdəki verilmiş matrisinə əsasən digər bazisdəki matrisinin tapılması, iki xətti operatorun müxtəlif bazislərdə matrisləri verilmişirsə, iki operatoorun cəminin birinci bazisə nəzərən matrisinin tapılması, φ xətti operatorun verilmiş bazisdə matrisi və ψ xətti operatorun ikinci bazisdə matrisi verilmişdirsə, onların φ· ψ hasilinin birinci bazisdəki matrisinin tapılması, hər hansı bazisdə matrisi verilmiş xətti operatorun məxsusi qiymətlərinin və məxsusi vektorlarının tapılması və i.a. məsələlərə baxılır.

## GİRİŞ

Təqdim olunan işdə nəzəri materialın mənimsədilməsi, tələbələrdə yaradıcı təfəkkürün formalaşdırılmasına xidmət edən praktik məşğələdə həll edilməsi tövsiyyə olunan çalımaların [5,6] bir qismi üçün keys tapşırıqlar icra olunmuşdur. Ümumtəhsil məktəblərində həmçinin Elementar həndəsədə müstəvidə və üçölçülü fəzada həndəsi çevirmələr (mərkəzi simmetriya, ox simmetriyası, müxtəlif dönmə, paralel köçürmə və s.) özünəməxsus yerə malikdir $[1, s. 105 - 145]$. Göstərilən həndəsi çevrimələr cəbr kursunda inikas adlanır. Onlardan bəziləri xətti çevirmələr və digərləri qeyri-xətti çevirmələr olurlar. Məqalədə cəbri terminologiya əsasında onlar tədqiq edilir.

**1.** Isbat edin ki: a) koordinat müstəviisndə sıfırdan fərqli vektorlu paralel köçürmə xətti inikas deyildir; b) koordinat müstəvisinin eynilik inikası xətti inikasdır.

a) Xətti inikas 1) homomorfizm və 2) bircinslik xassələri ilə şərtlənir. $[2, s. 237][4, s. 283]$ Paralel köçürmə isə belə təyin edilmişdir $[1, s. 131]$

“Tərif müstəvinin bütün nöqtələri eyni istiqamətdə və eyni məsafə qədər yerdəyişməklə, müstəvinin özünə inikasına paralel köçürmə deyilir”. “Paralel köçürmə elə bir köçürmədir ki, ixtiyari $A$ nöqtəsinə elə $A^{\prime}$ nöqtəsi qarşı qoyur ki, fiqurun bütün nöqtələri $AA^{\prime}$ vektoru qədər yerini dəyişirlər”.

Ümumtəhsil məktəblərin Riyaziyyat dərsliyində koordinat müstəvisində vektorla paralel köçürmə şərh olunmuşdur. $[3, s. 182 - 184]$

$V$ vektor fəzasında $a \neq 0$ vektoru ilə paralel köçürmə $P(x)$ işarə edilir və analitik olaraq aşağıdakı kimi təyin edilir:

$\forall x \epsilon V$ və $\forall a \neq 0 \epsilon V$ üçün $P(x) = x + a$ olur. Məsələni ümumi şəkildə həll etmək üçün paralel köçürmə inikasının (operatorunun) homomorfluq şərtini ödəmədiyini yoxlamaq kifayətdir.

$\forall x \epsilon V$ və $y \epsilon V$ vektorlarının cəmi üçün yaza bilərik.

$P(x+y) = x+y+a = x+a+y = P(x)+y,$ burada $a \neq 0$ olmaqla qeyd olunmuş vektordur. Digər tərəfdən : $P(x)+P(y) = (x+a)+(y+a)$. Yəni $P(x+y) \neq P(x)+P(y)$

b) $v$ fəzasının hər bir elemntin özünə çevirən $E$ inikasına eynilik inikası (operatoru) deyilr $[2, s. 238]$.

Cəbri terminologiyada eynilik inikas aşağıdakı kimi ifadə edilir.

$\forall x \epsilon V$ vektoru üçün $E(x) = x$ olarsa, $E$ eynilik operatoru adlanır.

Eynilik operatorunun xətti operator olduğunu göstəərmək üçün xətti operatorun tərifindəki 1) və 2) şərtlərini yoxlamaq lazımdır.

1. $\forall x, y \epsilon V$ üçün $E(x+y) = x+y = E(x)+E(y)$
2. $\forall x \epsilon V$ və $\forall \boldsymbol{\lambda} \in R$ üçün $E(\lambda x) = \lambda E(x)$.

**2.** Xətti operatorun ranqını və defektini tapın $[3, 7.1.2. a)]$

$$\varphi(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2, x_1 + x_3, x_2 + x_3)$$

Əvvəlcə göstərək ki, $\varphi$ xətti operatordur. $R^3$ $-$ə mənsub olan $\forall x \epsilon R^3, y = R^3$ vektorlarına baxaq. Onların xətti operatorun tərifindəki 1) şərtini ödədiyini göstərək.

$x \epsilon R^3 \quad x = (x_1, x_2, x_3), \varphi(x) = \varphi(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2, x_2 + x_3, x_3 + x_1)$

$$y \epsilon R^3 \quad y = (y_1, y_2, y_3), \varphi(y) = \varphi(y_1, y_2, y_3) = (y_1 + y_2, y_2 + y_3, y_3 + y_1)$$

$$\varphi(x+y) = \varphi(x) + \varphi(y)$$

olduğunu göstərək

$$\begin{aligned}
\varphi(x+y) &= \varphi\big((x_1, x_2, x_3) + (y_1, y_2, y_3)\big) = \varphi(x_1 + y_1, x_2 + y_2, x_3 + y_3) \\
&= (x_1 + y_1 + x_2 + y_2, x_2 + y_2 + x_3 + y_3, x_1 + y_1 + x_3 + y_3) \\
&= \big((x_1 + x_2) + (y_1 + y_2)\big), (x_2 + x_3) + (y_2 + y_3) \\
&= (x_1 + x_2, x_2 + x_3, x_3 + x_1) + (y_1 + y_2, y_2 + y_3, y_3 + y_1) \\
&= \varphi(x_1, x_2, x_3) + \varphi(y_1, y_2, y_3)
\end{aligned}$$

2) şərtini ödədiyini göstərək:

$$\begin{aligned}
\varphi(\lambda x) = \varphi\big(\lambda(x_1, x_2, x_3)\big) &= \varphi(\lambda x_1, \lambda x_2, \lambda x_3) = (\lambda x_1 + \lambda x_2, \lambda x_2 + \lambda x_3, \lambda x_3 + \lambda x_1) \\
&= \lambda(x_1 + x_2, x_2 + x_3, x_3 + x_1) = \lambda\varphi(x_1, x_2, x_3) = \lambda\varphi(x)
\end{aligned}$$

Standart bazis:

$$e_1 = (1, 0,0) \quad \varphi(e_1) = \varphi(1, 0,0) = (1, 0,1)$$
$$e_2 = (0,1, 0) \quad \varphi(e_2) = \varphi(0, 1,0) = (1, 1, 0)$$
$$e_3 = (0, 0,1) \quad \varphi(e_3) = \varphi(0, 0, 1) = (0, 1, 1)$$

İndi $M(\varphi) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ matrisini pilləli şəklə gətirib ranqını tapaq:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ranqı 3-dür. Çünki 0-dan fərqli sətirlərin sayı 3-dür.

$\dim V = r + d$ fəza 3 ölçülüdür. $\dim V = 3, r = 3$ onda $d = 0$ deyək. Cavab: $\det\varphi = 0; ranq\ \varphi = 3$.

**3.** $\varphi$ xətti operatorun $e_1 = (1, 0, 0), e_2 = (0, 1, 0),\ e_3 = (0, 0,1)$ bazisində matrisi verilir:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Bu operatorun

$$a_1 = (1, 1, 1), a_2 = (1, 1,0), a_3 = (-1, 0, 1)$$

bazisində matrisini tapın.

Bunun üçün əvvəlcə keçid matrisini müəyyən edək. Keçidn matrisinin sütunları yeni bazisin $a_1, a_2, a_3$ vektorlar sisteminin verilən $e_1, e_2, e_3$bazisində koordinat sətirləridir. Deməli, keçid matrisi

$$T=\begin{bmatrix}1 & 1 & -1\\ 1 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

kimidir. Birinci bazisdən ikinci bazisə keçid zamanı xətti operatorun matrisi haqda teoremə əsasən $B=T^{-1}AT$ olur. $\det T=1$ olduğunu nəzərə alaraq tərs matris tapılır:

$$T_{11}=0, T_{21}=0, T_{12}=0, T_{22}=1, T_{32}=1, T_{13}=-1, T_{23}=1, T_{33}=0$$

Beləliklə alınır ki,

$$T^{-1}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & -1\\ -1 & 1 & 0\end{bmatrix}$$

Onda

$$B^{-1}=T^{-1}AT=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & -1\\ -1 & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3 & -1 & 2\\ 0 & 4 & 1\\ -2 & 1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 1 & -1\\ 1 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2 & 1 & 1\\ 2 & 3 & 0\\ -3 & 5 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 1 & -1\\ 0 & 4 & 1\\ -2 & 1 & 1\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}0 & -1 & 2\\ 5 & 5 & -2\\ 2 & 2 & 3\end{bmatrix}$$

Cavab: $\begin{bmatrix}0 & -1 & 2\\ 5 & 5 & -2\\ 2 & 2 & 3\end{bmatrix}$

**4.** $\varphi$ xətti operatoru $a_1=(1,2), a_2=(3,7)$ bazisinə görə $\begin{bmatrix}18 & 67\\ -7 & -26\end{bmatrix}$ matrisinə malikdir. $\psi$ xətti operatoru isə $b_1=(1,1), b_2=(0,1)$ bazisinə nəzərən $\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 7\end{bmatrix}$ matrisinə malikdir. $\varphi+\psi$ operatorunun $a_1, a_2$ bazisinə nəzərən matrisini tapın.

$\varphi, \psi$ xətti operatorlarının eyni bazisə nəzərən matrisləri verilsəydi, onda $\varphi+\psi$ operatorunun matrisi $\varphi, \psi$ operatorlarının verilən bazisə nəzərən matrisləri cəminə bərabər olardı. Deməli, məsələni həll etmək üçün $\psi-$nin bazisdəki matrisini tapmalıyıq. $\psi$ operatorunun $b_1, b_2$ bazisindəki matrisini $M(\psi)$ ilə, $a_1, a_2$ bazisindəki matrisini $M'(\psi)$ ilə işarə edək. Xətti operatorların müxtəlif bazislər üzrə matrisləri arasında əlaqə düsturundan istifadə edək $[1, 253]$.

$$M'(\psi)=T^{-1}M(\psi)T$$

Burada, $T$ $b_1, b_2$ bazisindən $a_1, a_2$ bazisinə keçid matrisidir. Beləliklə, $T, T^{-1}$ məlum olsa, ($M(\psi)$ isə məsələnin şərtində verilib) onda $M'(\psi)$ aşağıdakı kimi tapıla bilər. $T$ aşağıdakı kimi müəyyən edilə bilər:

$$a_1=t_{11}b_1+t_{21}b_2$$
$$a_2=t_{12}b_1+t_{22}b_2 \qquad (2)$$

$a_1, a_2, b_1, b_2$ vektorları məsələnin şərtindı verilib, onları (2)-də nəzərə alsaq, tapılır:

$$\begin{cases}(1,2)=t_{11}(1,1)+t_{21}(0,1)\\ (3,7)=t_{12}(1,1)+t_{22}(0,1)\end{cases}$$

$$\begin{cases}(1,2)=(t_{11},t_{11})+(0,t_{21})\\ (3,7)=(t_{12},t_{12})+(0,t_{22})\end{cases}\left|\begin{matrix}t_{11}=1, & t_{21}=1\\ t_{12}=3, & t_{22}=4\end{matrix}\right.$$

Onda $T$ keçid matrisi üçün tapılır:

$$T=\begin{bmatrix}t_{11} & t_{12}\\ t_{21} & t_{22}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 3\\ 1 & 4\end{bmatrix}$$

İndi $T^{-1}$ tərs matrisini tapaq. Bunun üçün elementar çevirmələr üsulundan istifadə edək $[1, 184]$.

$$\left[\begin{matrix}1 & 3\\ 1 & 4\end{matrix}\left|\begin{matrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{matrix}\right.\right]\Rightarrow\left[\begin{matrix}1 & 3\\ 0 & 1\end{matrix}\left|\begin{matrix}1 & 0\\ -1 & 1\end{matrix}\right.\right]\Rightarrow\left[\begin{matrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{matrix}\left|\begin{matrix}4 & -3\\ -1 & 1\end{matrix}\right.\right]$$

Yəni $T^{-1}=\begin{pmatrix}4 & -3\\ -1 & 1\end{pmatrix}$

Tapılmış $T, T^{-1}$ matrislərinin və məsələnin şərtindəki $\psi$ operatorunun $b_1, b_2$ bazisindəki matrisinin ifadələrini yazsaq və vurma əməllərini aparsaq alarıq:

$$M'(\psi)=\begin{bmatrix}4 & -3\\ -1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 7\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 3\\ 1 & 4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-5 & -13\\ 2 & 5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 3\\ 1 & 4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-18 & -67\\ 7 & 26\end{bmatrix}$$

Onda $\varphi,\psi$ operatorlarının cəminin $a_1,a_2$ bazisindəki matrisi

$$M(\varphi)+M'(\psi)=\begin{pmatrix}18 & 67\\ -7 & -26\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-18 & -67\\ 7 & -26\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$$

Cavab: $\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}$.

**5.** $\varphi$ xətti operatoru $a_1=(1,2), a_2=(3,7)$ bazisinə nəzərən $\begin{bmatrix}1 & 3\\ 1 & 2\end{bmatrix}$ matrisinə malikdir. $\psi$ xətti operatoru $b_1=(1,1), b_2=(0,1)$ bazisinə nəzərən $\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 7\end{bmatrix}$ matrisinə malidkir. $\varphi$ operatorunun $a_1,a_2$ bazisinə nəzərən matrisini tapın.

Əvvəlcə $b_1,b_2$ bazisindən $a_1,a_2$ bazisinə keçid matrisinə keçid matrisini tapaq:

$$a_1=t_{11}b_1+t_{21}b_2$$
$$a_2=t_{12}b_1+t_{22}b_2 \quad (1)$$

$a_1,a_2,b_1,b_2$ vektorlarının məsələdə verilən ifadələrini (1)-də yerinə yazaq və çevirmələr aparaq:

$$\begin{cases}(1,2)=(t_{11},t_{11})+(0,t_{21})\\ (3,7)=(t_{12},t_{12})+(0,t_{22})\end{cases}$$
$$\begin{cases}(1,2)=(t_{11},t_{11}+t_{21})\\ (3,7)=(t_{12},t_{12}+t_{22})\end{cases}$$
$$\begin{cases}t_{11}=1, t_{21}=1\\ t_{12}=3, t_{22}=4\end{cases}$$
$$T=\begin{bmatrix}t_{11} & t_{12}\\ t_{21} & t_{22}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 3\\ 1 & 4\end{bmatrix}$$

$T$ matrisinin tərsini elementar çevirmələr üsulu ilə tapılır.

$$T^{-1}=\begin{bmatrix}4 & -3\\ -1 & 1\end{bmatrix}$$

alınacaqdır.

İndi $\psi$ operatorunun $a_1,a_2$ bazisinə nəzərən $M'(\psi)$ matrisini hesablamaq olar.

$M'(\psi)=T^{-1}M(\psi)T$, burada $M(\psi)$ matrisi $\psi'$ xətti operatorunun $b_1,b_2$ bazisinə görə matrisidir və $M'(\psi)=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 7\end{bmatrix}$ məsələdə verilmişdir. Onda alınır:

$$M'(\psi)=\begin{bmatrix}4 & -3\\ -1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 7\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 3\\ 1 & 4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-5 & -13\\ 2 & 5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 3\\ 1 & 4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-18 & -67\\ 7 & 26\end{bmatrix}$$

Onda

$\varphi\psi$ xətti operatorun $a_1,a_2$ bazisində matrisi aşağıdakı kimi olar:

$$\begin{bmatrix}1 & 3\\ 1 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-18 & -67\\ 7 & 26\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3 & 11\\ -4 & -15\end{bmatrix}$$

Cavab: $\begin{bmatrix}3 & 11\\ -4 & -15\end{bmatrix}$

**6.** hər hansı bazisdə

$$A=\begin{bmatrix}2 & -1\\ -1 & 2\end{bmatrix}$$

matrisinə malik olan xətti operatorun məxsusi qiymətlərini və məxsusi vektorlarını tapın.

$A$ matrisinin xarakteristik tənliyi yazılır:

$$\begin{vmatrix}2-\lambda & -1\\ -1 & 2-\lambda\end{vmatrix}=0$$

Determinantını açaq:

$$4-4\lambda+\lambda^2-1=0$$
$$\lambda^2-4\lambda+3=0$$
$$\lambda=2\pm\sqrt{4-3}=2\pm 1$$
$$\lambda_{1,2}=2\pm\sqrt{4-3}=2\pm 1$$

Yəni $\lambda_1 = 3, \lambda_2 = 1$ məxsusi qiymətlər tapıldı. Onda $(A - \lambda I)X = 0$ sistemi aşağıdakı şəklə gətirilir:

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = 0$$

Bu sistem aşağıdakı tənliklə eyni gülcüdür:

$$-x_1 + x_2 = 0 \Rightarrow x_1 = x_2 = 1$$

Məxsusi vektor $c(1;1)$ olur. $\lambda = 1$ olduqda

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = 0$$

Buradan isə $x_1 = 1, x_2 = -1$ alınır.

Məxsusi vektor $(1;\ -1)$ $-$dir.

Cavab: məxsusi qiymətlər $\lambda_1 = 3, \lambda_2 = 1$;onlara uyğun məxsusi vektorlar isə $c(1;1)$ və $c(1;\ -1)$ olur.

**7.** Üçtərtibli matrisin həqiqi ədədlərin meydanı üzərində məxsusi qiymətlərinin vektorlarını tapın.

İlk öncə xarakteristik tənliyi yazaq və məxsusi qiymətləri tapaq

$$|A - \lambda I| = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} -\lambda & 0 & 1 \\ 0 & 1-\lambda & 0 \\ 1 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \lambda^2(1-\lambda) + 0 + 0 - (1 - \lambda + 0 + 0)$$

$$= \lambda^2(1-\lambda) - (1-\lambda) = 0$$

$$(\lambda^2 - 1)(1-\lambda) = 0$$

$$(\lambda - 1)(\lambda + 1)(1 - \lambda) = 0$$

$$-(\lambda - 1)^2(\lambda + 1) = 0$$

$$\lambda_1 = -1, \lambda_2 = 1$$

$\lambda_1, \lambda_2$ məxsusi qiymətini yerinə qoyub, məxsusi cektorları tapaq.

I. $$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{matrix} x_1 + x_3 = 0 \\ x_1 = -x_3 \\ x_2 = 0 \end{matrix} \qquad x_1 = k, x_3 = -k$$

II. $$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{matrix} -x_1 + x_3 = 0 \\ x_1 - x_3 = 0 \\ x_1 = x_3 \end{matrix} \qquad x_2 = 0, x_1 = k, x_3 = k$$

Cavab: məxsusi qiymətlər $\lambda_1 = -1, \lambda_2 = 1$ uyğun məxsusi vektorlar $x_1 = k, x_2 = 0,\ x_3 = -k;\ x_2 = 0, x_1 = k, x_3 = k$

Təcrübə və aparılan müşahidələr göstərir ki, tərtib olunan keys tapşırıqlar öyrənilən materialın mənimsənilməsinə müsbət təsir etməklə bərabər tələbələrin mücərrəd təfəkkürünün formalaşmasına ciddi təsir göstərir.

## ƏDƏBİYYAT SİYAHISI


1. Adıgözəlov A.S., Əliyeva T.M., Quliyev A.İ., Rzayev M.T., Qardaşova Z.Ş. Elementar həndəsə Pedaqoji Universitet tələbələri və magistrantlar üçün dərs vəsaiti. –Bakı: -ADPU, -2017, -215 s.
2. Baxşəliyev Y.R., Əbdülkərimli L.Ş. Cəbr və ədədlər nəzəriyyəsi kursu. –Bakı: Nurlan, -2008, -560 s.
3. Qəhrəmanova N.M., Kərimov M.A., Hüseynov İ.H. Riyaziyyat 9. Dərslik. –Bakı: -Radius nəşriyyatı, -2020. -256 s.
4. Куликов Л.Я. Алгебра и теория чисел. Учеб. Пособие для педагогигеских институтов. –Москва: - Выс. Школа. -1979. -559 с.
5. Куликов Л.Я., Москаленко А.И., Фомин А.А. Сборник задач по алгебре и теории чисел. Учеб. Пособие для студентов физ. –Мат. Спе. Пед. Институтов/. –Москва: -Просвещение, -1993, -288 с.
6. Шнеперман Л.Б. Сбрник задач по алгеьбре и теории чисел. Учебие для физ.- Мат. Спеч. Пед. Институтов/.-Минск: -Выщ.школа, -1982, -223.

## SUMMARY

## SOME CASE PROBLEMS RELATED TO LINEAR INTEGRATION AND OPERATORS AND THEIR SOLUTIONS

**Rovshen Hasanov**

The Algebra course taught in higher pedagogical schools is formed by the integrative combination of elements of the three algebras (abstract algebra, (linear) vector algebra and polynomial algebra). Vector algebra, which arises from the problems of solving a system of linear equations, has been developed and modified on the basis of elements of abstract algebra, and has become a very important branch of the modern Algebra course, taking the first place in terms of its application in mathematics and other fields of science. Vector algebra has been expanded and deepened by the inclusion of mathematical apparatus and structures such as matrices, determinants, vector spaces, Euclidean spaces, etc.

The teaching of vector algebra in the Algebra course of higher pedagogical schools is completed with the section on linear inversions and operators. The presented material includes the definition of linear inversion and linear operator, finding its rank and defect, finding the matrix of the linear operator φ in a given basis based on a given matrix, finding the matrix of the sum of two operators with respect to the first basis if the matrices of two linear operators in different bases are given, finding the matrix of the sum of two operators with respect to the first basis, finding the matrix of the linear operator φ in a given basis and the matrix of the linear operator ψ in a second basis if the matrix of their product φ· ψ in the first basis, finding the eigenvalues and eigenvectors of a linear operator whose matrix is given in any basis


**Keywords:** *linear operator, rank and defect of a linear operator, matrix of a linear operator, transition matrix, eigenvalue of a linear operator*